

再谈斜轧轧辊与轧件线接触的几何条件(上)

——斜轧扩径机和斜轧减径机的几何模型

詹尊舜

(中冶东方工程技术有限公司, 内蒙古 包头 014010)

摘要: 在研究斜轧过程的 4 个基本数学方程的基础上, 进一步讨论了两个回转曲面线接触的几何条件, 以及由此条件推导的已知其中一个曲面求解另一个回转曲面的数学方程; 再运用所获得的数学方程, 讨论了斜轧扩径机和斜轧减径机的几何模型, 探讨实现斜轧减径过程的可能性。

关键词: 斜轧; 轧辊; 轧件; 线接触; 数学方程; 几何模型

中图分类号: TG333.8 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2311(2011)06-0026-04

Discussion Second Time on Geometrical Conditions of Line Contact between Cross Rolling Roll and Rolled Piece(Part I)

——Geometrical Models of Cross Rolling Expanding Mill and Cross Rolling Reducing Mill

Zhan Zunshun

(BERIS Engineering and Research Corporation, Baotou 014010, China)

Abstract: Further discussed are the geometrical conditions of line contact between two surfaces of revolution on the basis of the study on four essential mathematical equations in the process of cross rolling, and also discussed are the mathematical equations derived from these conditions with which another surfaces of revolution can be solved when one surfaces of revolution is known. The geometrical models of cross rolling expanding mill and cross rolling reducing mill are studied using the derived mathematical equations so as to investigate the possibility of the realization of cross rolling reducing process.

Key words: Cross rolling; Roll; Rolled piece; Line contact; Mathematical equation; Geometrical model

《研究斜轧过程的 4 个基本数学方程》^[1](简称《方程》)一文的主要目的是为了探讨斜轧管材延伸机的合理几何模型(即轧辊与轧件二者轴线合理的布置方式)。为此, 推导出已知轧件或轧辊中一个曲面求解另一个曲面的两个数学方程, 另外也推导出计算轧件速度参数的两个数学方程。对容易求解的后两个理论数学方程不再讨论, 仅就两个回转曲面线接触的几何条件及前两个数学方程作进一步讨论。

这里讨论的有关问题, 都是在图 1 所示的坐标

系中进行的^[1]。坐标系中使用的文字符号意义及建立坐标系时坐标系旋转和平移的各种规定, 以及轧件和轧辊的轴线分别置于原始坐标系 $oxyz$ 的 z 轴上和新坐标系 O_1XYZ 的 Z 轴上, 这些规定和设定与《方程》一文一致。《方程》中已证明或推论得出来的几何命题和推导出来的数学方程式, 本文将直接使用。

1 已知轧件曲面求解轧辊曲面线接触的几何条件

在《方程》中已求得 O_1M 与 Z 轴构成的平面之法线单位矢量 n (方向由 $O_1M \times z$ 的右手法则来确定), 为:

詹尊舜(1941-), 男, 教授级高级工程师, 主要从事轧钢工艺设计研究工作。

$$n = \left(\begin{vmatrix} r \sin \theta - y_0 & z \\ -\sin \beta \cos \psi & \cos \beta \cos \psi \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} z & r \cos \theta - x_0 \\ \cos \beta \cos \psi & \sin \psi \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} r \cos \theta - x_0 & r \sin \theta - y_0 \\ \sin \psi & -\sin \beta \cos \psi \end{vmatrix} \right) \quad (1)$$

式中 x —— 金属与轧辊接触点在 x (轧件轴线) 轴上的坐标, mm;

y —— 金属与轧辊接触点在 y (轧件轴线) 轴上的坐标, mm;

z —— 金属与轧辊接触点在 z (轧件轴线) 轴上的坐标, mm;

β —— 送进角, ($^\circ$);

ψ —— 辗轧角, ($^\circ$);

x_0, y_0 —— 轧辊轴线调整回转点在 x, y 轴上的移动量, mm;

θ —— 轧件横断面圆上轧件外圆的参数方程的参数, 它是矢量 $O_n M$ (它在轧件横断面圆圆心和接触点 M 的连线上) 与坐标平面 xoz 的夹角, ($^\circ$);

r —— 过接触点的轧件横断面的外圆半径, mm。

这里要注意的是, $O_1 M$ 的单位矢量是由 M 与 O_1 点在坐标系 $oxyz$ 中的坐标差 $(x-x_0, y-y_0, z)$ 来表示, 若用轧件断面圆的参数表示 x 和 y , 则为 $(r \cos \theta - x_0, r \sin \theta - y_0, z)$; Z 轴的单位矢量在 $oxyz$ 坐标系中为 $(\sin \psi, -\sin \beta \cos \psi, \cos \beta \cos \psi)$ 。

《方程》已论证了图 1 中的 $O_n M$ 与 $P M$ 共线, 且与 $O_1 M$ 和 Z 轴共面, 这个平面正是以过接触点 M

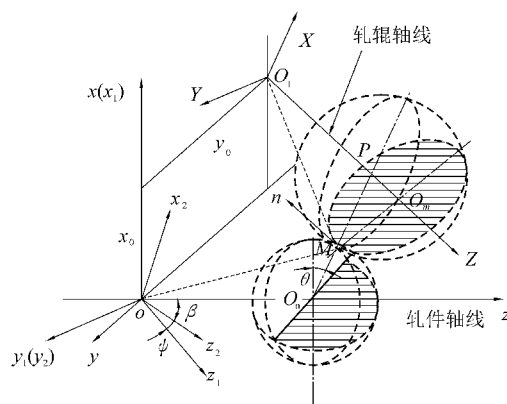


图 1 轧件和轧辊(轴线)在空间坐标系的位置

的 n 为法线的平面, 可见 n 垂直于 $O_n M$, 因此有:

$$n \times O_n M = 0 \quad (2)$$

$O_n M$ 与 $P M$ 共线, 它们相接在轧件曲面与轧辊曲面接触的一个点 M , 根据两个曲面相切的条件, 可见 $O_n M$ 必然是以 z 轴为轴线的轧件曲面在 M 点上的法线。已知在坐标系 $oxyz$ 中的轧件曲面方程 $f(x, y, z) = 0$, 分别对该方程的变量求其偏微分, 它们分别是法线 $O_n M$ 在坐标轴 x, y, z 上的单位矢量。若用 k_x, k_y, k_z 分别代表 $O_n M$ 在坐标轴 x, y, z 上的单位矢量, 并将它们和式(1)代入式(2), 可得:

$$\begin{vmatrix} r \sin \theta - y_0 & z \\ -\sin \beta \cos \psi & \cos \beta \cos \psi \end{vmatrix} k_x + \begin{vmatrix} z & r \cos \theta - x_0 \\ \cos \beta \cos \psi & \sin \psi \end{vmatrix} k_y + \begin{vmatrix} r \cos \theta - x_0 & r \sin \theta - y_0 \\ \sin \psi & -\sin \beta \cos \psi \end{vmatrix} k_z = 0 \quad (3)$$

对于回转曲面, 其方程变量 x, y 的偏微分分别是 x 和 y , 即: $k_x = x$ 或 $k_x = r \cos \theta$; $k_y = y$ 或 $k_y = r \sin \theta$ 。而变量 z 的偏微分也同样可求得, 具体表达式视曲面方程而定。

将 $k_x = r \cos \theta$ 和 $k_y = r \sin \theta$ 代入式(3)并展开行列式, 得:

$$\begin{aligned} & [(r \sin \theta - y_0) \cos \beta \cos \psi + z \sin \beta \cos \psi] r \cos \theta + \\ & [(z \sin \psi - (r \cos \theta - x_0) \cos \beta \cos \psi] r \sin \theta + \\ & [-(r \cos \theta - x_0) \sin \beta \cos \psi - (r \sin \theta - y_0) \sin \psi] k_z = 0 \quad (4) \end{aligned}$$

式(4)就是已知轴线在 $oxyz$ 坐标系 z 轴上的回转曲面(轧件曲面), 求解轴线在 O_1XYZ 坐标系 Z 轴上的回转曲面(轧辊曲面)线接触的几何条件。因

轧件曲面已知, 在接触点 M 上, 除了 θ 外, 其他的几何量也都已知。不论已知的轧件曲面是何种回转曲面, 式(3)或式(4)都适用。

对已知的曲面是非圆柱面的其他回转曲面来说, 要由式(4)求出 θ 的直接表达式是很困难的, 只能用近似法求解。这里不讨论 θ 的求解方法, 其方法可参考本文第 3 节和第 4 节求解 θ' (轧辊断面圆参数方程的参数)的方法。

在轧件轴线 z 轴上取值, 由式(4)可求得 θ , 再由坐标转换公式计算接触点 M 在坐标系 O_1XYZ 中的坐标, 并计算 M 点上的轧辊半径, 即按式(5)可由已知轧件曲面求解轧辊曲面:

$$\begin{cases} z=z \\ f(\theta)=0 \text{ (即式(4))} \\ \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \beta \sin \psi & -\cos \beta \sin \psi \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta \\ \sin \psi & -\sin \beta \cos \psi & \cos \beta \cos \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \cos \theta - x_0 \\ r \sin \theta - y_0 \\ z \end{pmatrix} \\ R = \sqrt{X^2 + Y^2} \end{cases} \quad (5)$$

式中 X, Y, Z —— 接触点在 X, Y, Z 轴上的坐标, mm;

R —— 对于不同的接触点的各个轧辊横断面上的轧辊半径, mm。

对于已知轧件曲面是圆柱面(如斜轧辊式矫直机上的钢管)时, 曲面方程是 $x^2 + y^2 - r^2 = 0$, 分别对方程中的 x, y, z 求偏微分后得 $2x, 2y$ 和 0 , 即 $k_x = x/r \cos \theta, k_y = y/r \sin \theta$ 和 $k_z = 0$, 则式(3)可变为:

$$\begin{vmatrix} r \sin \theta - y_0 & z \\ -\sin \beta \cos \psi & \cos \beta \cos \psi \end{vmatrix} r \cos \theta + \begin{vmatrix} z & r \cos \theta - x_0 \\ \cos \beta \cos \psi & \sin \psi \end{vmatrix} r \sin \theta = 0 \quad (6)$$

由式(3)可直接求出 θ 的表达式(《方程》中的式(5)): $\tan \theta = \frac{y_0 \cos \beta - z \sin \beta}{x_0 \cos \beta + z \tan \psi}$ 。

这样, 由已知圆柱面轧件求解轧辊曲面的方程组与《方程》中的式(18)是一样的, 为:

$$\begin{cases} z=z \\ \tan \theta = \frac{y_0 \cos \beta - z \sin \beta}{x_0 \cos \beta + z \tan \psi} \\ \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \beta \sin \psi & -\cos \beta \sin \psi \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta \\ \sin \psi & -\sin \beta \cos \psi & \cos \beta \cos \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \cos \theta - x_0 \\ r \sin \theta - y_0 \\ z \end{pmatrix} \\ R = \sqrt{X^2 + Y^2} \end{cases} \quad (7)$$

式(7)是在轧件为圆柱面的条件下推导出来的, 但对于如斜轧穿孔、延伸机上锥度不大的圆锥面轧件, 或是 k_z 绝对值很小的其他回转曲面的轧件, 也是完全可以使用, 计算误差不大。

2 已知轧辊曲面求解轧件曲面线接触的几何条件

这一节将讨论, 已知轴线在 O_1XYZ 坐标系 Z 轴上的轧辊曲面, 求解轴线在 z 轴上的轧件曲面的线接触几何条件和轧件曲面方程组。《方程》和第1节已经证明和讨论, 已知轧件曲面时, O_1M 和 Z 轴所确定的平面之法线在坐标系 $oxyz$ 中的单位矢量 n , 是由 $O_1M \times Z$ 而定(方向按右手法则确定)。因 O_1M 的单位矢量可以由 M 与 O_1 点在坐标系 $oxyz$

中的坐标差来表示, 同理可知, oM 的单位矢量也可以用 M 与 o 点在坐标系 O_1XYZ 中的坐标差来表示。设 M 点在坐标系 O_1XYZ 上的坐标为 (X, Y, Z) , o 点在坐标系 O_1XYZ 中的坐标为 $(-x_0, -y_0, 0)$, 则 oM 的单位矢量为 $(X+x_0, Y+y_0, Z)$ 或 $(R \cos \theta' + x_0, R \sin \theta' + y_0, Z)$ 。其中, θ' 是轧辊断面圆参数方程的参数, 即是矢量 O_mM 与坐标面 XO_1Z 的夹角。

从《方程》中的式(31)可知, $z = -X \cos \beta \sin \psi + Y \sin \beta + Z \cos \beta \cos \psi$, 因此 z 轴在坐标系 O_1XYZ 中的单位矢量为 $(-\cos \beta \sin \psi, \sin \beta, \cos \beta \cos \psi)$ 。

《方程》和本文第1节已经证明和讨论, 已知轧件曲面时, n 由 $O_1M \times Z$ 确定; 同样 oM 和 z 轴所确定的平面之法线的单位矢量 m (在图1中未示出) 应该由 $oM \times z$ 确定(方向按右手法则确定), 即:

$$m = \left(\begin{vmatrix} R \sin \theta' + y_0 & Z \\ \sin \beta & \cos \beta \cos \psi \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} Z & R \cos \theta' + x_0 \\ \cos \beta \cos \psi & -\cos \beta \sin \psi \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} R \cos \theta' + x_0 & R \sin \theta' + y_0 \\ -\cos \beta \sin \psi & \sin \beta \end{vmatrix} \right) \quad (8)$$

同论证式(2)一样,也可推导出 $\mathbf{m} \times \mathbf{O}_m \mathbf{M} = \mathbf{0}$ 。

第1节已论证, $\mathbf{O}_n \mathbf{M}$ 是以 z 轴为轴线的轧件曲面在 $\mathbf{M}$ 点上的法线,同理, $\mathbf{O}_m \mathbf{M}$ 是轴线在 $\mathbf{O}_i \mathbf{XYZ}$ 坐标系 Z 轴上的轧辊曲面过 $\mathbf{M}$ 点的法线,

它在 X, Y, Z 轴上的单位矢量,可以由轧辊曲面方程求 X, Y 和 Z 的偏微分获得。设 $\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y$ 和 $\mathbf{P}_z$ 分别是轧辊曲面法线在 X, Y, Z 轴上的单位矢量,将这3个单位矢量和式(8)代入 $\mathbf{m} \times \mathbf{O}_m \mathbf{M} = \mathbf{0}$ 中,可得:

$$\begin{vmatrix} R \sin \theta' + y_0 & Z \\ \sin \beta & \cos \beta \cos \psi \end{vmatrix} \mathbf{P}_x + \begin{vmatrix} Z & R \cos \theta' + x_0 \\ \cos \beta \cos \psi & -\cos \beta \sin \psi \end{vmatrix} \mathbf{P}_y + \begin{vmatrix} R \cos \theta' + x_0 & R \sin \theta' + y_0 \\ -\cos \beta \sin \psi & \sin \beta \end{vmatrix} \mathbf{P}_z = \mathbf{0} \quad (9)$$

式(9)就是由已知的轧辊曲面求解轧件曲面时,必须满足的线接触几何条件。不论已知的轧辊曲面

是何种回转曲面,式(9)都适用。这样,由式(9)构成的已知轧辊曲面求解轧件曲面的方程组为:

$$\begin{cases} Z = Z \\ f(\theta') = 0 \text{ (即式(9))} \\ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 & \sin \psi \\ \sin \beta \sin \psi & \cos \beta & -\sin \beta \cos \psi \\ -\cos \beta \sin \psi & \sin \beta & \cos \beta \cos \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \cos \theta' \\ R \sin \theta' \\ Z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ r = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases} \quad (10)$$

当已知的轧辊曲面是圆柱面时,式(9)中的 $\mathbf{P}_z = \mathbf{0}$,可求出 θ' 的直接表达式:

$$\tan \theta' = \frac{y_0 \cos \beta \cos \psi - Z \sin \beta}{(x_0 \cos \psi + Z \sin \psi) \cos \beta} \quad (11)$$

θ' 的直接表达式(11)比《方程》中的式(23)使用方便,并且计算结果为理论值。

当已知的轧辊曲面是圆柱面时,式(10)中的函数表达式 $f(\theta') = 0$ 应用式(11)来代替。在已知轧辊锥面锥度很小的情况下,或者已知轧辊是 $\mathbf{P}_z$ 绝对值很小的其他回转曲面的情况下,式(10)中的函数

表达式 $f(\theta') = 0$ 也可以用式(11)来代替。一般来说,已知的轧辊曲面是非圆柱面时,由式(9)直接求得 θ' 的表达式是很困难的,只能用近似法求解。在本文第3节和第4节讨论斜轧扩管机上扩径管曲面和斜轧减径机上减径管曲面时,将介绍式(9)中 θ' 的近似求解方法。

(待续)

(收稿日期:2011-05-18)

●信 息

中国金属学会轧钢学会焊接钢管学术委员会六届一次会议在苏州召开

2011年11月20—23日,中国金属学会轧钢学会焊接钢管学术委员会(简称焊管学会)六届一次会议在江苏省苏州市召开。本次会议由中国石油集团渤海石油装备制造有限公司研究院承办,中国石油技术开发公司协办。中国金属学会轧钢学会原秘书长周积智、焊管学会原主任委员王晓香、中国石油技术开发公司代表燕铸博士应邀出席,60余位来自焊管学会各委员单位的委员(代表)及国内焊管行业的专家、学者参加了会议。

会议听取了王旭主任委员代表焊管学会所作的2011年工作报告,该报告回顾了2010年以来国内外焊管行业的发展状况及焊管学会的工作,并对焊管学会下一步的工作进行了部署;原主任委员王晓香作了《当前钢管研究的几个热点问题》的技术报告,内容广泛深入,前瞻性强,受到与会代表的强烈关注和积极反响。

本次会议共收到论文50篇,大会择优发布交流18篇。论文内容丰富,基本涵盖了焊管的新材料开发与试验、工艺研究与优化、设备改造与研制等,反映了近年来我国焊管行业在新技术、新工艺、新设备、新材料等方面的前沿成果,代表了我国当前焊管行业发展的最新水平。经专家委员会评议,选出“中油技开”杯优秀论文一等奖3篇,二等奖5篇。

与会代表一致认为,本次会议学术气氛浓郁,交流内容新颖丰富,组织成功、周到、有序,不仅加强了焊管领域各相关单位之间相互交流与学习,扩大了焊管学会的行业影响力,也推动了我国焊管行业的学术研究和生产技术发展。

(本刊)